

Dado que en la tabla de verdad del condicional todos los valores resultantes son V, el razonamiento en cuestión es válido.

## 7.4 Demostración formal

El método que estudiamos en el apartado anterior es muy afectivo para comprobar la validez o invalidez de los razonamientos; pero es de muy difícil aplicación cuando en la forma del razonamiento intervienen más de cuatro variables, ya que tenemos que hacer tablas de verdad, con 32 o más renglones.

### Principales reglas de inferencia

A continuación se describen algunas de las principales reglas de inferencia. A la izquierda de cada regla aparece la abreviatura; a la derecha, el esquema; en medio, el condicional correspondiente.

*Modus ponendo ponens*  
(MPP) ← Abreviatura  
Esquema →  
Su condicional es:  
 $[(p \rightarrow q) \& p] \rightarrow q$

1.  $p \rightarrow q$
2.  $p$
3.  $q$

*Modus tollendo tollens*  
(MTT) ← Abreviatura  
Esquema →  
Su condicional es:  
 $[(p \rightarrow q) \& \neg q] \rightarrow \neg p$

1.  $p \rightarrow q$
2.  $\neg q$
3.  $\neg p$

*Modus tollendo ponens*  
(MTP) ← Abreviatura  
Esquema →  
Su condicional es:  
 $[(p \vee q) \& \neg p] \rightarrow q$

1.  $p \vee q$
2.  $\neg p$
3.  $q$

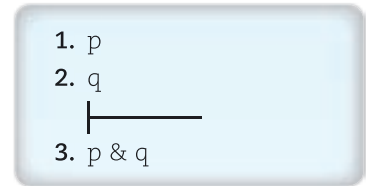
*Silogismo hipotético*  
(SH) ← Abreviatura  
Esquema →  
Su condicional es:  
 $[(p \rightarrow q) \& (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

1.  $p \rightarrow q$
2.  $q \rightarrow r$
3.  $p \rightarrow r$

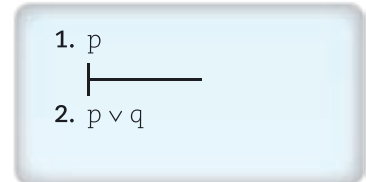
*Simplificación*  
(Simp) ← Abreviatura  
Esquema →  
Su condicional es:  
 $(p \& q) \rightarrow p$

1.  $p \& q$
2.  $p$

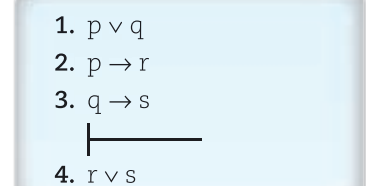
Conjunción  
(Conj) ← Abreviatura  
Esquema →  
Su condicional es:  
 $(p) \& (q) \rightarrow (p \& q)$



Adición  
(Ad) ← Abreviatura  
Esquema →  
Su condicional es:  
 $P \rightarrow (p \vee q)$



Silogismo disyuntivo  
(SD) ← Abreviatura  
Esquema →  
Su condicional es:  
 $[(p \vee q) \& (p \rightarrow r) \& (q \rightarrow s)] \rightarrow (r \vee s)$



## Leyes de equivalencia

Además de las reglas de inferencia, existen también las leyes de equivalencia, las cuales son fórmulas de validez universal. Su conectivo principal es “ $\leftrightarrow$ ” y se lee “equivale a”. Estas leyes se emplean para sustituir una expresión por otra que sea equivalente. Ejemplo:

La ley de la doble negación (D N), cuyo esquema es “ $P \leftrightarrow \neg\neg P$ ”, nos permite sustituir la expresión “p” por la expresión “ $\neg\neg p$ ” o viceversa.

### EJEMPLO DE UNA DEMOSTRACIÓN FORMAL

Los datos (o premisas) que tenemos son los siguientes:

1.  $q \leftrightarrow (r \& s)$
2.  $q \& t$

Vamos a ver si es posible obtener “s” como conclusión válida.

En primer lugar, escribimos las premisas e indicamos la conclusión que queremos obtener:

	Dem. s*
1. $q \leftrightarrow (r \& s)$	P
2. $q \& t$	P

En seguida, pensamos qué reglas será conveniente emplear para llegar a la conclusión deseada. Parece que lo mejor es aplicar una simplificación a la premisa 2 para obtener “q”; después aplicar un *modus ponendo ponens* para obtener “r & s”; y, por último, aplicar otra simplificación para obtener “s”.

\* La abreviatura “Dem.” quiere decir “la conclusión por demostrar es...”

	Dem. s*
1. $q \leftrightarrow (r \& s)$	P
2. $q \& t$	P
_____	
3. $q$	Simp. 2
4. $r \& s$	MPP. 1, 3
5. $s$	Simp. 4

### Método demostrativo

El procedimiento para comprobar la validez de los razonamientos, mediante el método de la demostración formal, es el siguiente:

- Una vez obtenida la forma del razonamiento, como se hizo para la formación del condicional asociado, se escriben las premisas en renglones separados. Se numeran los renglones y debajo de ellos se pone el signo de conclusión. A la derecha de dichos renglones se escribe la letra "P" para indicar que ellos son premisas y arriba se pone la conclusión que se desea justificar.
- Después de observar y reflexionar se aplican las reglas de inferencia hasta obtener la conclusión deseada. En cada nuevo renglón que se obtenga se escribe a la derecha su justificación, indicando la regla que se aplicó y los números de los renglones que se tomaron como premisas.

### APLICACIÓN

Sea el siguiente argumento:

	Dem. r & t
1. $(r \vee s) \leftrightarrow t$	P
2. $r \& m$	P
_____	

Dado que la conclusión por obtener es " $r \& t$ " parece que:

- En primer lugar, conviene aplicar la regla de la simplificación a la premisa 2, y así tendremos:
 

3. $r$	Simp. 2
--------	---------
- Después conviene aplicar la regla de la Adición al renglón 3, y con esto tendremos:
 

4. $r \vee s$	Ad. 3
---------------	-------
- Después, aplicamos la regla de *Modus Ponendo Ponens* a los renglones 1 y 4, y tendremos el renglón:
 

5. $t$	MMP. 4, 1
--------	-----------
- Por último, aplicando la regla de la Conjunción, tendremos:
 

6. $r \& t$	Conj. 3, 5
-------------	------------

A esta lógica se le llama **cuantificacional**, porque la cuantificación tanto del sujeto como del predicado tiene mucha importancia. Aquí nada más manejaremos la cuantificación del sujeto.

y así queda comprobado que este razonamiento es válido, puesto que en el renglón 6 obtuvimos la conclusión deseada. Ahora, veamos el desarrollo completo con todos los renglones unidos.

	Dem. r & t
1. $(r \vee s) \leftrightarrow t$	P
2. $r \& m$	P
┌—————	
3. r	Sim. 2
4. $r \vee s$	Ad. 3
5. t	MPP. 4, 1
6. $r \& t$	Conj. 3, 5

## 7.5 Nociones generales de lógica cuantificacional

Esta parte de la lógica matemática, al igual que la anterior, tiene como finalidad principal suministrar elementos para comprobar si un razonamiento es o no es válido. Lo especial de esta lógica, a la cual llamamos **cuantificacional**, es que en ésta se analiza la estructura de los enunciados para tomar en cuenta los elementos de dicha estructura.

### Enunciados singulares

Todos los enunciados que vamos a manejar se dividen en generales y singulares. Comenzaremos por estos últimos.

Los **enunciados singulares** son aquellos que, en cada uno de sus enunciados simples, se refieren a un solo individuo.

De la definición se desprende que hay enunciados singulares simples y enunciados singulares compuestos.

Ejemplos:

1. Federico Chopin compuso las polonesas.
2. Nicolás Copérnico fue astrónomo.
3. Chopin compuso las polonesas y Copérnico fue astrónomo.
4. Chopin y Copérnico son polacos.

De estos cuatro enunciados, 1 y 2 son singulares simples, mientras que 3 y 4 son singulares compuestos.

En un enunciado singular se distinguen dos elementos:

1. Un sujeto individual (o individuo).
2. Un predicado, o sea, la propiedad o cualidad que se predica del sujeto individual.

Para simbolizar estos enunciados, como letras individuales, o sea, como símbolos de individuo, se emplean las letras minúsculas, de la “a” a la “w”. Como letras predicativas, es decir, como símbolos de predicado, se emplean las letras mayúsculas. Al simbolizar un enunciado, primero se escribe la letra predicativa y en seguida la letra individual.