Dado que en la tabla de verdad del condicional todos los valores resultantes son V, el razonamiento en cuestión es válido.

7.4 Demostración formal

El método que estudiamos en el apartado anterior es muy afectivo para comprobar la validez o invalidez de los razonamientos; pero es de muy difícil aplicación cuando en la forma del razonamiento intervienen más de cuatro variables, ya que tenemos que hacer tablas de verdad, con 32 o más renglones.

Principales reglas de inferencia

A continuación se describen algunas de las principales reglas de inferencia. A la izquierda de cada regla aparece la abreviatura; a la derecha, el esquema; en medio, el condicional correspondiente.

Modus ponendo ponens

(MPP) ← Abreviatura

Esquema →

Su condicional es:

$[(p \rightarrow q) \,\&\, p] \rightarrow q$

1. $p \rightarrow q$
2. p
$\vdash$
3. q

Modus tollendo tollens

(MTT) ← Abreviatura

Esquema →

Su condicional es:

$[(p \rightarrow q) \,\&\, \neg q] \rightarrow \neg p$

1. $p \rightarrow q$
2. $\neg q$
$\vdash$
3. $\neg p$

Modus tollendo ponens

(MTP) ← Abreviatura

Esquema →

Su condicional es:

$[(p \vee q) \,\&\, \neg p] \rightarrow q$

1. $p \vee q$
2. $\neg p$
$\vdash$
3. q

Silogismo hipotético

(SH) ← Abreviatura

Esquema →

Su condicional es:

$[(p \rightarrow q) \,\&\, (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$
$\vdash$
3. $p \rightarrow r$

Simplificación

(Simp) ← Abreviatura

Esquema →

Su condicional es:

$(p \,\&\, q) \rightarrow p$

1. $p \,\&\, q$
$\vdash$
2. p

Conjunción

(Conj) ← Abreviatura

Esquema →

Su condicional es:

(p) & (q) → (p & q)

1. p
2. q
$\vdash$
3. p & q

Adición

(Ad) ← Abreviatura

Esquema →

Su condicional es:

P → (p ∨ q)

1. p
$\vdash$
2. p ∨ q

Silogismo disyuntivo

(SD) ← Abreviatura

Esquema →

Su condicional es:

[(p ∨ q) & (p → r) & (q → s)] → (r ∨ s)

1. p ∨ q
2. p → r
3. q → s
$\vdash$
4. r ∨ s

Leyes de equivalencia

Además de las reglas de inferencia, existen también las leyes de equivalencia, las cuales son fórmulas de validez universal. Su conectivo principal es "↔" y se lee "equivale a". Estas leyes se emplean para sustituir una expresión por otra que sea equivalente. Ejemplo:

> La ley de la doble negación (D N), cuyo esquema es "P ↔ ¬¬P", nos permite sustituir la expresión "p" por la expresión "¬¬P" o viceversa.

Ejemplo de una demostración formal

Los datos (o premisas) que tenemos son los siguientes:

1. q ↔ (r & s)

2. q & t

Vamos a ver si es posible obtener "s" como conclusión válida.

En primer lugar, escribimos las premisas e indicamos la conclusión que queremos obtener:

		Dem. s*
1.	q ↔ (r & s)	P
2.	q & t	P
$\vdash$		

En seguida, pensamos qué reglas será conveniente emplear para llegar a la conclusión deseada. Parece que lo mejor es aplicar una simplificación a la premisa 2 para obtener "q"; después aplicar un *modus ponendo ponens* para obtener "r & s"; y, por último, aplicar otra simplificación para obtener "s".

* La abreviatura "Dem." quiere decir "la conclusión por demostrar es…"

Dem. s*

1. q ↔ (r & s) P
2. q & t P

$\vdash$

3. q Simp. 2
4. r & s MPP. 1, 3
5. s Simp. 4

Método demostrativo

El procedimiento para comprobar la validez de los razonamientos, mediante el método de la demostración formal, es el siguiente:

1. Una vez obtenida la forma del razonamiento, como se hizo para la formación del condicional asociado, se escriben las premisas en renglones separados. Se numeran los renglones y debajo de ellos se pone el signo de conclusión. A la derecha de dichos renglones se escribe la letra “P” para indicar que ellos son premisas y arriba se pone la conclusión que se desea justificar.

2. Después de observar y reflexionar se aplican las reglas de inferencia hasta obtener la conclusión deseada. En cada nuevo renglón que se obtenga se escribe a la derecha su justificación, indicando la regla que se aplicó y los números de los renglones que se tomaron como premisas.

Aplicación

Sea el siguiente argumento:

Dem. r & t

1. (r ∨ s) ↔ t P
2. r & m P

$\vdash$

Dado que la conclusión por obtener es “r & t” parece que:

a) En primer lugar, conviene aplicar la regla de la simplificación a la premisa 2, y así tendremos:

3. r Simp. 2

b) Después conviene aplicar la regla de la Adición al renglón 3, y con esto tendremos:

4. r ∨ s Ad. 3

c) Después, aplicamos la regla de *Modus Ponendo Ponens* a los renglones 1 y 4, y tendremos el renglón:

5. t MMP. 4, 1

d) Por último, aplicando la regla de la Conjunción, tendremos:

6. r & t Conj. 3, 5

A esta lógica se le llama **cuantificacional**, porque la cuantificación tanto del sujeto como del predicado tiene mucha importancia. Aquí nada más manejaremos la cuantificación del sujeto.

y así queda comprobado que este razonamiento es válido, puesto que en el renglón 6 obtuvimos la conclusión deseada. Ahora, veamos el desarrollo completo con todos los renglones unidos.

		Dem. r & t
1.	$(r \vee s) \leftrightarrow t$	P
2.	r & m	P
	$\vdash$	
3.	r	Sim. 2
4.	$r \vee s$	Ad. 3
5.	t	MPP. 4, 1
6.	r & t	Conj. 3, 5

7.5 Nociones generales de lógica cuantificacional

Esta parte de la lógica matemática, al igual que la anterior, tiene como finalidad principal suministrar elementos para comprobar si un razonamiento es o no es válido. Lo especial de esta lógica, a la cual llamamos **cuantificacional**, es que en ésta se analiza la estructura de los enunciados para tomar en cuenta los elementos de dicha estructura.

Enunciados singulares

Todos los enunciados que vamos a manejar se dividen en generales y singulares. Comenzaremos por estos últimos.

Los **enunciados singulares** son aquellos que, en cada uno de sus enunciados simples, se refieren a un solo individuo.

De la definición se desprende que hay enunciados singulares simples y enunciados singulares compuestos.

Ejemplos:

1. Federico Chopin compuso las polonesas.
2. Nicolás Copérnico fue astrónomo.
3. Chopin compuso las polonesas y Copérnico fue astrónomo.
4. Chopin y Copérnico son polacos.

De estos cuatro enunciados, 1 y 2 son singulares simples, mientras que 3 y 4 son singulares compuestos.

En un enunciado singular se distinguen dos elementos:

1. Un sujeto individual (o individuo).
2. Un predicado, o sea, la propiedad o cualidad que se predica del sujeto individual.

Para simbolizar estos enunciados, como letras individuales, o sea, como símbolos de individuo, se emplean las letras minúsculas, de la "a" a la "w". Como letras predicativas, es decir, como símbolos de predicado, se emplean las letras mayúsculas. Al simbolizar un enunciado, primero se escribe la letra predicativa y en seguida la letra individual.