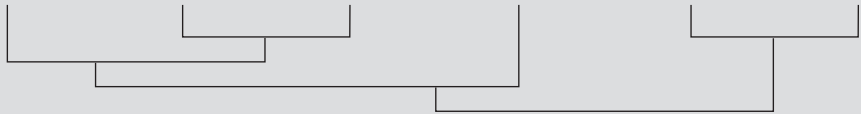


Continúa

6. Resolver las operaciones lógicas.

Tabla 2.19

<i>e</i>	<i>l</i>	<i>g</i>	$\{[e \Rightarrow (l \wedge g)] \wedge \sim l\}$	\therefore	$(\sim e \wedge \sim g)$
V	V	V	V	V	F
V	V	F	V	F	V
V	F	V	V	F	F
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	F
F	F	F	F	V	V



Como el argumento es una contingencia, entonces se considera como inválido.

Prueba formal de validez

Cuando el argumento tiene más de tres proposiciones simples diferentes no es fácil determinar la validez o invalidez de un argumento mediante tablas de verdad, pues resultaría bastante tedioso hacer dicha tabla de verdad, además de que se puede incurrir en errores involuntarios.

Por ese motivo, el método más conveniente para obtener la validez de los argumentos es la prueba formal de validez, la cual utiliza reglas válidas, como las reglas de inferencia y las reglas de reemplazo o equivalencia.

Pero, antes de utilizar las reglas de inferencia y las reglas de reemplazo o equivalencia, primero es necesario conocer su definición y sus aspectos fundamentales.

Reglas de inferencia

Las reglas de inferencia son formas de argumentos cuya validez puede ser demostrada por tablas de verdad; además, estas reglas permiten establecer conclusiones muy bien formadas y válidas a partir de otras premisas. En general son usadas para analizar los argumentos con muchas premisas o cuando se tienen cuatro o más proposiciones simples.

1. Modus ponens (MP)

Permite eliminar el antecedente siempre que la segunda premisa sea dicho antecedente.

$$\begin{aligned}
 & p \Rightarrow q \\
 & p \\
 & \therefore q
 \end{aligned}$$

2. Modus tollens (MT)

Permite eliminar el consecuente siempre y cuando esté negado en la segunda premisa, dando como consecuencia el antecedente negado.

$$\begin{aligned}
 & p \Rightarrow q \\
 & \sim q \\
 & \therefore \sim p
 \end{aligned}$$

3. Silogismo disyuntivo (SD)

Permite eliminar una de las dos disyunciones siempre que una de las dos esté negada en la segunda premisa.

$$\begin{array}{ll} p \vee q & p \vee q \\ \sim p & \sim q \\ \therefore q & \therefore p \end{array}$$

4. Silogismo hipotético (SH)

Permite eliminar el consecuente de la primera premisa y el antecedente de la segunda premisa, siempre y cuando sean iguales.

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \Rightarrow r \\ \therefore p \Rightarrow r \end{array}$$

5. Adición (AD)

Permite agregar las variables proposicionales que se necesiten.

$$\begin{array}{l} p \\ \therefore p \vee q \end{array}$$

6. Simplificación (SIM)

Permite eliminar las variables proposicionales que no se necesiten.

$$\begin{array}{ll} p \wedge q & p \wedge q \\ \therefore p & \therefore q \end{array}$$

7. Conjunción (CONJ)

Permite unir dos premisas diferentes.

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \therefore p \wedge r \end{array}$$

8. Dilema constructivo (DC)

Permite eliminar los antecedentes de las dos condicionales, dando como resultado la disyunción de los consecuentes.

$$\begin{array}{l} (p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \\ p \vee r \\ \therefore q \vee s \end{array}$$

9. Dilema destructivo (DD)

Permite eliminar los antecedentes de las dos condicionales, dando como resultado la disyunción de la negación de los consecuentes.

$$\begin{array}{l} (p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \\ \sim q \vee \sim s \\ \therefore \sim p \vee \sim r \end{array}$$

10. Absorción (ABS)

Permite reescribir el consecuente, dando como resultado la conjunción del antecedente y consecuente.

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \therefore p \Rightarrow (p \wedge q) \end{array}$$

Reglas de reemplazo o equivalencia

No siempre un argumento válido o inválido se puede comprobar por medio de las reglas de inferencia; por eso, se utilizan otras reglas conocidas como reglas de reemplazo o reglas de equivalencia, que sustituyen o reemplazan (según sea necesario) para lograr la demostración o prueba de validez del argumento.

1. Leyes de De Morgan (DM)

Permite cambiar de disyunción a conjunción y viceversa, negando ambas variables lógicas.

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

2. Conmutación (CONM)

Permite cambiar el orden de las variables lógicas sin cambiar el operador lógico.

$$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$$

$$(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$$

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (q \Leftrightarrow p)$$

3. Doble negación (DN)

Si la negación de cualquier proposición p verdadera es falsa, entonces cuando se vuelve a negar esta será nuevamente verdadera y viceversa.

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

4. Distribución (DIS)

Permite distribuir la variable lógica de afuera y su operador lógico con las variables lógicas de dentro y su operador lógico.

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

5. Tautología (TAU)

Permite unir dos variables lógicas en una sola.

$$(p \wedge p) \equiv p$$

$$(p \vee p) \equiv p$$

6. Asociación (ASO)

Permite agrupar diferentes formas de las variables lógicas, siempre y cuando sea el mismo operador lógico.

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

7. Implicación material (IMP)

Permite cambiar de disyunción a condicional y viceversa.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

8. Transposición (TRAN)

Permite conmutar las variables lógicas de la condicional negando cada una de estas.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

9. Exportación (EXP)

Permite cambiar de conjunción a condicional y viceversa, modificando su agrupación.

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \equiv [p \Rightarrow (q \Rightarrow r)]$$

10. Equivalencia material (EM)

Permite reescribir la bicondicional.

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)]$$

Nota

Se utiliza el símbolo \equiv para indicar la equivalencia de las proposiciones y no confundirlo con el símbolo \Leftrightarrow , aunque lógicamente sean equivalentes.

Pasos para demostrar la validez de un argumento

La prueba formal de validez consiste en deducir la conclusión del argumento en función de sus premisas, esto es, que las premisas inferan la conclusión.

A fin de que una demostración, por la prueba formal de validez, resulte perfectamente clara, se deben seguir los siguientes pasos:

1. Asignar variables proposicionales a cada proposición simple.
2. Realizar la traducción lógica de las premisas.
3. Organizar el argumento con sus premisas en forma vertical, escribiendo antes de cada premisa un número de premisa consecutivo.
4. Utilizar las reglas de inferencia y/o de reemplazo que conduzcan a nuevas premisas (inferencias). Estas siempre deben ser antecedidas por un nuevo número de premisa. Al utilizar las reglas se debe escribir su abreviatura y el número o números de las premisas de las que se ha deducido.
5. El proceso de inferencia termina cuando se llega a la conclusión del argumento.

Además del proceso anterior, también es necesario considerar algunas condiciones para la demostración:

1. Utilizar todas las premisas.
2. Utilizar todas las nuevas premisas obtenidas.
3. Es posible utilizar las premisas las veces que sean necesarias.

Para entender el proceso descrito antes, se verá un par de ejemplos más detallados.

Ejemplo

Considerar el siguiente argumento: “Si la ley no fue aprobada, entonces la constitución del país queda sin modificaciones. Si la constitución del país queda sin modificaciones no se puede elegir nuevos diputados. O se eligen nuevos diputados o el informe del presidente del país se retrasará. El informe no se retrasó un mes. Por lo que la ley fue aprobada”.

Verificar su validez por la prueba formal de validez.

Solución

- | | |
|--|---|
| 1. Asignar variables proposicionales. | 3. $d \vee i$ |
| l : La ley fue aprobada. | 4. $\sim i$ |
| c : La constitución del país quedará sin modificaciones. | $\therefore l$ |
| d : Se pueden elegir nuevos diputados. | 4. Utilizar las reglas de inferencia y/o equivalencia. |
| i : El informe del presidente se retrasará un mes. | 1. $\sim l \Rightarrow c$ |
| 2. Realizar traducción lógica. | 2. $c \Rightarrow \sim d$ |
| $\sim l \Rightarrow c$ | 3. $d \vee i$ |
| $c \Rightarrow \sim d$ | 4. $\sim i$ |
| $d \vee i$ | $\therefore l$ |
| $\sim i$ | 5. d SD 3,4 |
| $\therefore l$ | 6. $\sim c$ MT 2,5 |
| 3. Organizar argumento. | 7. l MT 1,6 |
| 1. $\sim l \Rightarrow c$ | 5. Como se llega a la conclusión, el proceso de inferencia termina. |
| 2. $c \Rightarrow \sim d$ | |